

Mathematik - Klasse 10 - Daten, Zufall & Modellieren - mittel

Thema: Qualitätskontrolle mit der Binomialverteilung | Arbeitszeit: ca. 50 Minuten | Kompetenzen:
Binomialwahrscheinlichkeiten modellieren, Gegenereignisse nutzen und Entscheidungen prüfen

Ausgangssituation / Daten

Bei einem Bauteil liegt die Fehlerwahrscheinlichkeit erfahrungsgemäß bei 4 %. Aus einer großen Produktion werden 20 Teile zufällig ausgewählt. Für das Modell gelten unabhängige Prüfungen und eine gleichbleibende Fehlerwahrscheinlichkeit. Die Lieferung wird genauer untersucht, wenn mindestens zwei fehlerhafte Teile gefunden werden.

Aufgaben

1. Begründe, warum ein Binomialmodell mit $n = 20$ und $p = 0,04$ verwendet werden kann.

2. Berechne $P(X = 0)$ und $P(X = 1)$ auf vier Dezimalstellen.

3. Berechne mit dem Gegenereignis $P(X \geq 2)$.

4. Bestimme den Erwartungswert und erkläre, warum er nicht bedeutet, dass stets genau so viele Fehler auftreten.

5. Bei einer Lieferung werden zwei Fehler gefunden. Beurteile die Entscheidung zur genaueren Untersuchung und nenne eine Modellgrenze.

Vollständige Lösungen

Mathematik - Klasse 10 - Qualitätskontrolle mit der Binomialverteilung

1. Es gibt 20 feste Versuche, pro Teil nur Fehler/kein Fehler, konstantes $p = 0,04$ und angenommene Unabhängigkeit.
2. $P(X=0)=0,96^{20}\approx 0,4420$. $P(X=1)=20\cdot 0,04\cdot 0,96^{19}\approx 0,3683$.
3. $P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1)\approx 1-0,4420-0,3683=0,1897\approx 19,0\%$.
4. $E(X)=n\cdot p=20\cdot 0,04=0,8$. Der Erwartungswert ist der langfristige Mittelwert vieler Stichproben, keine zwingende ganze Trefferzahl.
5. Zwei Fehler erfüllen die festgelegte Schwelle; die Untersuchung ist regelgerecht und wegen der vergleichsweise seltenen Wahrscheinlichkeit sinnvoll. Modellgrenze: Fehler können in realen Chargen gehäuft und damit abhängig auftreten.

Kontrolle: $P(X=0)+P(X=1)+P(X\geq 2)\approx 1$.



Lösung online

QR-Code scannen:

<https://uebungsblaetter.sekundarschule-ausleben.de/loesungen/mathematik/mathematik-k10-093-mittel-v3.html>